

基于改进阈值的地质雷达图象多小波去噪

邹海林^{1,3} 徐俊艳² 隋亚莉² 宁书年¹

(中国矿业大学机电与信息工程学院,北京 100083)

(山东工商学院信息与数学学院,山东烟台 264005)

(鲁东大学计算机学院,山东烟台 264025)

E-mail: zhl_0826@sohu.com

摘要 探讨了基于 DGHM 多小波、多分辨分析下的地质雷达(GPR)图象阈值化去噪方法,在分析 Donoho D L 和 Johnstone I M 提出的小波阈值去噪方法的基础上,提出了一个改进的阈值函数,并对不同阈值函数下的去噪效果进行了比较分析。实验结果表明,利用这一改进的阈值函数和 DGHM 多小波对 GPR 图象进行去噪,可获得比传统软、硬阈值方法更好的效果。

关键词 多小波变换 地质雷达(GPR) 图象处理 阈值函数 信噪比

文章编号 1002-8331-(2005)14-0065-04 文献标识码 A 中图分类号 TP391

Image De-noising of Ground Penetrating Radar in Multiwavelet Transform Based on Improved Thresholding Function

Zou Hailin¹ Xu Junyan² Sui Yali² Ning Shunian¹

(China University of Mining & Technology, Beijing 100083)

(Shandong Institute of Technology & Business, Yantai, Shandong 264005)

(Ludong University, Yantai, Shandong 264025)

Abstract: The algorithm for noise reduction of Ground Penetrating Radar(GPR) image with DGHM multiwavelet Multiple Resolution Analysis (MRA) is discussed in this paper. Based on analysis of the wavelet threshold denoising which is put forward by Donoho D L and Johnstone I M, an improved thresholding function is presented. The de-noising of GPR image based on different thresholding function is analyzed and compared. The results of simulation experiment indicate that the de-noising effect of GPR image with multiwavelet based on this new thresholding function is better than DJ' soft- and hard- thresholding methods.

Keywords: multiwavelet transform, Ground Penetrating Radar(GPR) image processing, thresholding function, SNR

1 引言

噪声去除一直是地质雷达(GPR)信号处理中的一个主要问题之一。近年来,小波变换因具有低熵性、多分辨率、去相关性以及选基灵活等特点,应用于信号去噪取得了较好的效果。1994-1995年,Donoho D L 和 Johnstone I M 提出了基于小波变换的阈值去噪方法^[1-3]。此方法根据信号与噪声的幅值和频率不同,对含噪信号进行小波变换得到小波系数序列,通过设定一阈值去除小波系数中的噪声元素,然后对阈值处理的小波系数进行小波反变换得到去噪后的信号,并证明了此方法可在 Besov 空间中得到其他任何线性形式(包括核估计、近邻估计及局部多项式估计)不可能达到的最佳估计。此法的缺点是在处理具有和噪声幅度相近的信号时,会把此部分信号全部当成噪声去掉,丢失细节信号。为此,提出了一个新的阈值函数,通过仿真实验和对实际 GPR 资料处理效果表明了改进的阈值函数在利用 DGHM 多小波对 GPR 图象去噪中的有效性。

2 多小波变换及其去噪原理

2.1 多小波变换

这里令 R 和 Z 分别代表实数集合和整数集合, N 代表所有的自然数, T 表示矩阵或向量的转置。

类似于标量小波,根据多分辨分析的思想,由多尺度函数和多小波函数在尺度 j 和位移 k 上的扩展构成了两个互补的函数子空间:

$$V_j = \text{span}\{2^{j/2}\phi(2^j \cdot -k) \mid 0 \leq i \leq r-1, k \in Z\}$$

$$W_j = \text{span}\{2^{j/2}\psi(2^j \cdot -k) \mid 0 \leq i \leq r-1, k \in Z\}$$

其中 ϕ_i 和 ψ_i 分别是多尺度和多小波矢量的第 i 个分量,相应的尺度函数矢量和多小波函数矢量分别为:

$$\Phi(t) = [\phi_0(t), \phi_1(t), \dots, \phi_{r-1}(t)]^T$$

$$\Psi(t) = [\psi_0(t), \psi_1(t), \dots, \psi_{r-1}(t)]^T$$

分别满足下列两尺度矩阵方程^[4-6]:

$$\Phi(t) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{N-1} H_k \Phi(2t-k) \quad (1)$$

基金项目 教育部博士基金资助(编号 20030290003);山东省自然科学基金资助(编号 Y2002G08)

作者简介 邹海林(1962-)男,教授,博士生,主要研究方向:计算机图形图象技术、雷达信号处理、小波理论及应用。徐俊艳(1964-)女,博士生,副教授,主要研究方向:信息处理、图象分析与模式识别。隋亚莉(1963-)女,副教授,研究方向为计算数学。

© 1994-2008 China Academic Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{N-1} G_k \Phi(2t-k) \quad (2)$$

式中 H_k, G_k 为 $r \times r$ 的矩阵。

对于信号 $f(t) \in V_0$, 可表示为 $\{\varphi(t-k) \mid 0 \leq i \leq r-1, k \in Z, r \in N\}$ 的线性组合, 即:

$$f(t) = \sum_{i=0}^{r-1} \sum_{k \in Z} c_{0,k}^{(i)} \varphi(t-k) = \sum_{i=0}^{r-1} \sum_{k \in Z} c_{j,k}^{(i)} 2^{j_0/2} \varphi(2^j t-k) + \sum_{i=0}^{r-1} \sum_{k \in Z} \sum_{j \leq 0} d_{j,k}^{(i)} 2^{j/2} \psi(2^j t-k) \quad (3)$$

其中:

$$c_{j,k}^{(i)} = \int f(t) \mathcal{Y}^{j/2} \varphi(2^j t-k) dt \quad (4)$$

$$d_{j,k}^{(i)} = \int f(t) \mathcal{Y}^{j/2} \varphi(2^j t-k) dt$$

$0 \leq i \leq r-1, k \in Z$

根据 Mallat 算法, 可得到多小波分解公式为:

$$c_{j-1,k}^{(i)} = \sqrt{2} \sum_{n=0}^{N-1} H_n c_{j,2k+n}^{(i)} \quad d_{j-1,k}^{(i)} = \sqrt{2} \sum_{n=0}^{N-1} G_n c_{j,2k+n}^{(i)} \quad (5)$$

多小波重构公式为:

$$C_{j,n} = \sqrt{2} \sum_k (H_{n-2k}^* C_{j-1,k} + G_{n-2k}^* D_{j-1,k}) \quad (6)$$

其中

$$C_{j,k} = [c_{j,k}^{(0)}, c_{j,k}^{(1)}, \dots, c_{j,k}^{(r-1)}]^T$$

$$D_{j,k} = [d_{j,k}^{(0)}, d_{j,k}^{(1)}, \dots, d_{j,k}^{(r-1)}]^T$$

H_n^*, G_n^* 分别为 H_n, G_n 的共轭转置。

2.2 多小波阈值去噪原理

Donoho D L 提出的小波阈值滤波方法在最小均方误差意义上有效并可达到很好的效果, 它的主要理论依据是在 Besov 空间的信号能量主要集中在几个有限的系数中, 而噪声的能量却分布于整个小波域中, 因此经小波分解后信号的系数要大于噪声的系数, 因此采用阈值的办法可以把信号的系数保留, 而使大部分噪声系数减小到零。多小波去噪与单小波去噪原理相同, 即首先对信号进行多小波分解, 噪声部分通常包含在分解后的高频部分, 根据噪声的先验知识, 设置门限阈值对小波系数进行处理, 最后对处理后的系数进行重构。利用多小波去噪, 每一层根据情况可以设置多个阈值, 而单小波在每一层上一般设置一个阈值, 因此, 多小波去噪不仅完整保留了传统单小波的优点, 而且更具有灵活实用的特点。

3 多小波预处理

多小波与单小波不同, 多小波系统实际上是一个多输入多输出系统。为了解决输入数据矢量化问题, 一般采用对信号的预/后处理技术, 即在处理信号前, 采用预处理方法矢量化初始数据, 使输入变为 r 维数据; 在信号重构时把 r 维数据合成原维数的数据。多小波的预处理对输入的原始信号作适当的线性变换, 并不改变原信号本身的特性。

多小波的预处理方法主要分为两类: 即采用预滤波和采用平衡多小波, 其主要任务是把原始数据分裂为 r 维数据, 并保持或改善多小波滤波器的性能。

该文采用 DGHM 多小波, DGHM 多小波是 Geronimo G S, Hardin D P, Massopust P R 和 Donoho D L 等人利用分形

插值构造出来的, 具有短支集 $[0, 1], [0, 2]$, 正交性、对称性(反对称性)及二阶逼近性。波形如图 1 所示。

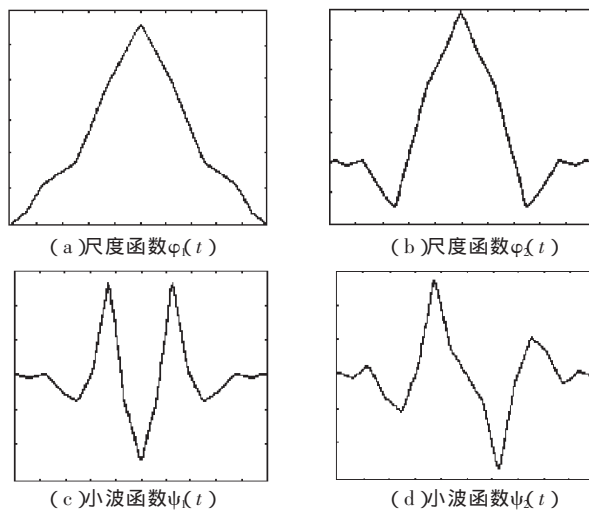


图 1 DGHM 多小波时域波形

DGHM 多小波滤波器系数矩阵 H_k, G_k 分别为:

$$H_0 = \begin{bmatrix} \frac{3}{10} & \frac{2\sqrt{2}}{5} \\ -\frac{\sqrt{2}}{40} & -\frac{3}{20} \end{bmatrix}, H_1 = \begin{bmatrix} \frac{3}{10} & 0 \\ \frac{9\sqrt{2}}{40} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, H_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{9\sqrt{2}}{40} & -\frac{3}{20} \end{bmatrix}, H_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{40} & 0 \end{bmatrix}, G_0 = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{40} & -\frac{3}{20} \\ -\frac{1}{20} & \frac{3\sqrt{2}}{20} \end{bmatrix}, G_1 = \begin{bmatrix} \frac{9\sqrt{2}}{40} & -\frac{1}{2} \\ \frac{9}{20} & 0 \end{bmatrix}, G_2 = \begin{bmatrix} \frac{9\sqrt{2}}{40} & -\frac{3}{20} \\ -\frac{9}{20} & \frac{3\sqrt{2}}{20} \end{bmatrix}, G_3 = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{40} & 0 \\ \frac{1}{20} & 0 \end{bmatrix}.$$

目前, 预滤波的方法主要集中在对 DGHM 多小波的研究上^[7-12]。主要有 ODD/EVEN 法、Haar 滤波器法、MOD-Haar 法、GHM int 法等各种预处理方法。实验结果表明, 不同的预处理方法对多小波本身滤波器的响应产生不同的影响, 也对信号处理的效果产生一定影响。其中, GHM int 方法对 DGHM 多小波滤波器响应改善以及去噪效果较好。

对 DGHM 多小波, 预处理公式为:

$$\begin{cases} c_{0,n}^{(0)} = \frac{\varphi_1(1)(2n+1) - \varphi_1(\frac{1}{2})\gamma(2n+2) + \gamma(2n)}{\varphi_1(1)\varphi_0(\frac{1}{2})} \\ c_{0,n}^{(1)} = \frac{\gamma(2n+2)}{\varphi_1(1)} \end{cases} \quad (7)$$

后处理公式为:

$$\begin{cases} \gamma(2n) = c_{1,n-1}^{(0)} \varphi_1(t) \\ \gamma(2n+1) = c_{1,n-1}^{(0)} \varphi_1(\frac{3}{2}) + c_{0,n}^{(0)} \varphi_0(\frac{1}{2}) + c_{1,n}^{(0)} \varphi_1(\frac{3}{2}) \end{cases} \quad (8)$$

4 多小波阈值化用于 GPR 图象处理分析

小波用于地质雷达图象处理就是根据实际对小波分解系

数进行处理,然后通过小波系数重建信号。在这里,如何对小波变换域的系数进行筛选是小波阈值化去噪的关键。

Donoho D L 和 Johnstone I M 提出的小波阈值去噪方法的基本思想是:当小波变换系数 $w_{j,k}$ 小于某个临界阈值时,认为这时的 $w_{j,k}$ 主要是由噪声引起的,予以舍弃;当 $w_{j,k}$ 大于这个临界阈值时,认为这时的小波系数 $w_{j,k}$ 主要是由信号引起的,那么就把这一部分的 $w_{j,k}$ 直接保留下来(硬阈值方法)或者按某一个固定量向零收缩(软阈值方法),然后用新的小波系数进行小波重构得到去噪后的信号。

4.1 硬阈值方法

Donoho D L 的硬阈值函数为:

$$\hat{w}_\delta = \begin{cases} w_{j,k}, & |w_{j,k}| \geq \delta \\ 0, & |w_{j,k}| < \delta \end{cases} \quad (9)$$

其中 $w_{j,k}$ 是小波系数的数值, δ 是阈值,即保留绝对值大于阈值 δ 的小波系数,并且被保留的小波系数与原始系数相同。

4.2 软阈值方法

软阈值函数为:

$$\hat{w}_\delta = \begin{cases} \text{sgn}(w_{j,k}) \lambda (|w_{j,k}| - \delta), & |w_{j,k}| \geq \delta \\ 0, & |w_{j,k}| < \delta \end{cases} \quad (10)$$

其中 $\text{sgn}(\cdot)$ 是符号函数。对绝对值小于阈值的小波系数置 0,而对大于阈值 δ 的小波系数用 δ 来进行缩减处理。软硬阈值方法虽然在实际中得到了广泛的应用,也取得了较好的效果,但它们本身存在着缺点。硬阈值方法可以很好地保留图象边缘等局部特征,但图象会出现振铃、伪吉布斯效应等视觉失真。软阈值方法估计出的 \hat{w}_δ 虽然整体连续性好,相对平滑,但当 $|w_{j,k}| > \delta$ 时, \hat{w}_δ 与 $w_{j,k}$ 总存在一定的偏差,造成边缘模糊,影响信号重构质量。

4.3 软硬阈值折衷方法

将 DJ 全局阈值 $\delta_{DJ} = \sigma \sqrt{2 \log N}$ 和多小波用于信号去噪,面临两个问题需要解决:

(1) 根据噪声在多小波变换域中的特征知道,噪声的强度随着分解尺度 j 的增大而降低^[4],如果在各个尺度上使用相同的 DJ 全局阈值 $\delta_{DJ} = \sigma \sqrt{2 \log N}$,虽然使计算简单了,但在一定程度上具有“过扼杀”小波系数的倾向。

(2) 在多小波变换域上,每层分解后的 r 维高频系数并不完全一致和相同,设置相同的阈值并不是最佳的选择。因此要对各层的信号去噪阈值和每层 r 维的信号去噪阈值作进一步处理,以达到更好的去噪效果。

文献[13]针对后一种情况提出了一个自适应算法,而没有包括前一种情形。基于以上两点原因,笔者采用“软硬阈值折衷”的处理方法,根据信号分解尺度 j 与每层 r 维高频系数能量大小,来调节噪声阈值大小。其阈值函数为^[15]:

$$\hat{w}_\delta = \begin{cases} \text{sgn}(w_{j,k}) \lambda (|w_{j,k}| - \alpha \delta), & |w_{j,k}| \geq \delta \\ 0, & |w_{j,k}| < \delta \end{cases} \quad (11)$$

在此,定义 α 为第 j 层 r 维小波高频系数的能量与该层 r 维小波高频系数的能量总和之比,即:

$$\alpha = \frac{\sum_{n=1}^M |d'_i(n)|^2}{\sum_{i=0}^{r-1} \sum_{n=1}^M |d'_i(n)|^2} \quad (12)$$

其中 r 为多小波的维数, j 表示小波分解层数, M 表示信号的采样点数, d'_i 为相应的小波高频系数。同时,在每一尺度上采用不同的阈值,定义 $\delta = \frac{\sigma \sqrt{2 \log N}}{\lg j + 1}$,其中 σ 为噪声标准方差, N 为信号长度。

4.4 关于上面三种阈值化方法的进一步讨论

设有如下的观测信号 $f(t) = s(t) + n(t)$,其中 $s(t)$ 为原始信号, $n(t)$ 为方差是 σ 的高斯白噪声,服从 $N(0, \sigma^2)$ 。记 $s(t)$ 对应的小波系数为 $u_{j,k}$, $n(t)$ 对应的小波系数为 $v_{j,k}$ 。用单纯的软阈值方法估计得到的小波系数 \hat{w}_δ ,其绝对值总比 $w_{j,k}$ 要小 ($|w_{j,k}| \geq \delta$),因此要设法减少此偏差,但如果将此偏差减少为 0 (即硬阈值情况)也不是最佳的选择,因为 $w_{j,k}$ 包含 $u_{j,k}$ 、 $v_{j,k}$ 两部分,有可能由于 $v_{j,k}$ 的影响使 $|w_{j,k}| > |u_{j,k}|$,而笔者的目的是使 $\|\hat{w}_\delta - u_{j,k}\|$ 最小,因此,让 $|\hat{w}_\delta|$ 介于 $(|w_{j,k}| - \delta)$ 与 $|w_{j,k}|$ 之间可能会使估计出来的小波系数 \hat{w}_δ 更接近于 $u_{j,k}$ 。那么,上述第三种阈值化方法就是这一思想的体现。下面是基于 GHM int 方法的 GPR 图象处理步骤:

- (1) 利用式(7)对信号进行预处理。
- (2) 根据式 $\delta = \frac{\sigma \sqrt{2 \log N}}{\lg j + 1}$ 求每一层小波系数的阈值 δ 。
- (3) 利用式(12)计算 α 。
- (4) 利用式(11)对小波系数阈值化,得到新的小波系数 \hat{w}_δ 。
- (5) 利用式(8)计算小波逆变换,重建信号。

5 不同阈值函数下的 GPR 图象去噪效果比较分析

为说明三种阈值函数的去噪效果,首先对一段含噪信号进行了仿真实验,采用 DGHM 多小波为基函数,分解层数为 6。图 2(c)-(e)分别为这 3 种方法的仿真实验结果,从图中可看出,采用改进的阈值函数去噪在视觉效果上优于软、硬阈值方法。表 1 是这三种方法的 SNR 值比较(SNR 定义为在功率谱中信号的峰(幅)值与同频率噪声之比),带噪原信号的 SNR 为 13.0271,可看出采用改进的阈值函数的 SNR 增益最高。

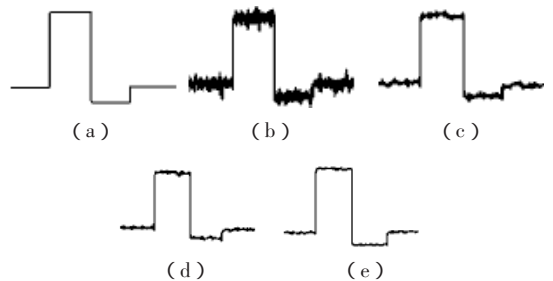


图 2 三种阈值函数处理方法的仿真结果

- (a) 原始信号 (b) 受噪声污染的信号 (c) 硬阈值函数去噪后的信号;
(d) 软阈值函数去噪后的信号 (e) 改进的阈值函数去噪后的信号

表 1 三种阈值函数处理方法的 SNR

	硬阈值函数	软阈值函数	改进的阈值函数
SNR/dB	24.7381	25.3721	25.9246

为了进一步验证三种阈值函数的处理效果,对地质雷达的实测资料进行了处理,见图 3。图 3(a) 为 400MHz 天线采集的一段地质雷达数据记录。图(b)图(c)图(d)分别是硬阈值函数、软阈值函数和改进的阈值函数处理的结果。从图 3 可看出,计算机工程与应用 2005.14 67

用 DGHM 多小波,采用改进的阈值函数,进行 GPR 图象处理
 比其软、硬阈值函数能得到更好的效果。

6 结论

论文在分析 Donoho D L 小波阈值去噪方法及其不足的基础上,探讨了基于 DGHM 多小波、多分辨分析下的地质雷达 (GPR) 图象阈值化去噪方法,提出一种改进的“软硬阈值折衷”的处理方法,并给出了一个新的阈值函数。在此基础上,利用三种不同值函数分别进行了仿真实验,并对地质雷达的实测资料进行了处理。实验结果表明,利用改进的阈值函数和 DGHM 多小波对 GPR 图象进行去噪,可获得更好的效果。

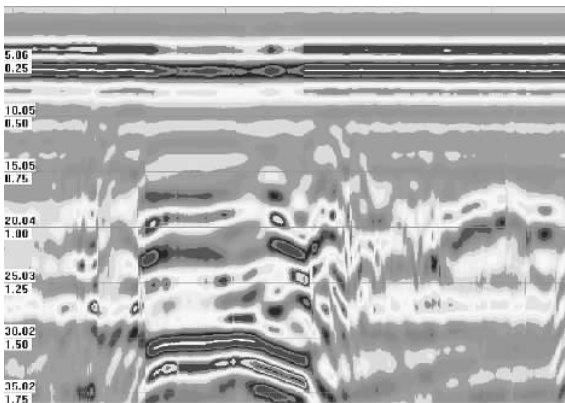
(收稿日期 2005 年 3 月)

参考文献

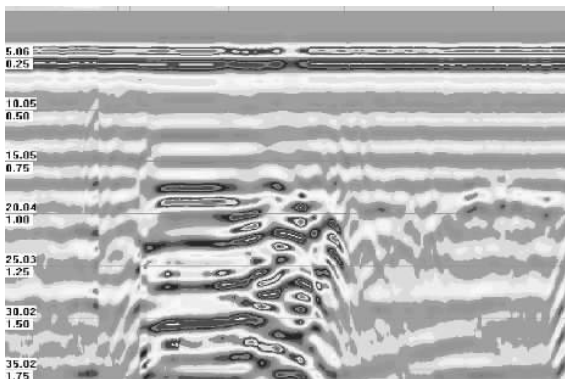
1. Donoho D L, Johnstone I M. Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage[J]. *Biometrika*, 1994, 81: 425~455
2. Donoho D L. De-noising by soft-thresholding[J]. *IEEE Trans on Information Theory*, 1995, 41(3): 613~627
3. Donoho D L, Johnstone I M. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage[J]. *Journal of American Stat Assoc*, 1995, 12(90): 1200~1224
4. Geronimo G S, Hardin D P, Massopust P R. Fractal Function and wavelet expansions based on several scaling functions[J]. *J Approx Theory*, 1994, (78): 373~401
5. Donovan G C, Geronimo G S, Hardin D P et al. Construction of Orthogonal Wavelets Using Fractal Interpolation Function[J]. *SIAM Math Anal*, 1996, 27(4): 1158~1192
6. Strang G, Strela V. Short Wavelets and Matrix Dilation Equations[J]. *IEEE Trans on SP*, 1995, 43(1): 108~115
7. Mariantonia Cotronei, Laura B Montefusco, Luigia Puccio. Multi-wavelet analysis and signal processing[J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems- II: Analog and Digital Signal Processing*, 1998, 45(8): 970~987
8. Hardin D P, Roach D W. Multi-wavelet pre-filters- I: Orthogonal pre-filters Preserving Approximation Order $p \leq 2$ [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems- II*, 1998, 45(8): 1106~1112
9. Xia X G, Geronimo G S, Hardin D P et al. Design of Prefilters for Discrete Multiwavelet Transforms[J]. *IEEE Trans on SP*, 1996, 44(1): 25~35
10. Strela V. Multiwavelet: Theory and Application[D]. PhD Thesis. MIT, 1996
11. Strela V, Heller P N, Strang G et al. The Application of Multi-wavelet Filter Banks to Signal and Image Processing[J]. *IEEE Trans on Image Proc*, 1999, 8(4): 548~563
12. Miller J T, Li C C. Adaptive Multiwavelet Initialization[J]. *IEEE Trans on SP*, 1998, 46(12): 3282~3292
13. Liu Z G, Qian Q Q. Adaptive shrinkage noising method of fault transient signals with Multi-wavelets[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2004, 26(7): 878~880
14. 谢荣生, 李汉杰, 孙枫等. 基于多小波噪声方差阈值的信号滤波方法[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2002, 23(2): 51~54
15. 赵瑞珍, 宋国乡. 小波系数阈值估计的改进模型[J]. *西北工业大学学报*, 2001, 19(4): 625~628



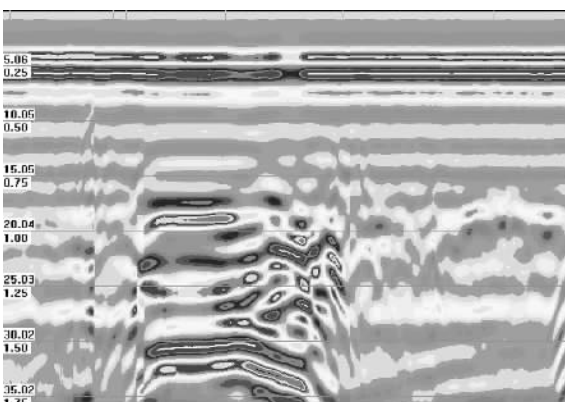
(a) GPR 原始图象



(b) 硬阈值函数处理结果



(c) 软阈值函数处理结果



(d) 改进的阈值函数处理结果

图 3 三种阈值函数处理方法的 GPR 数据处理结果